〔1〕

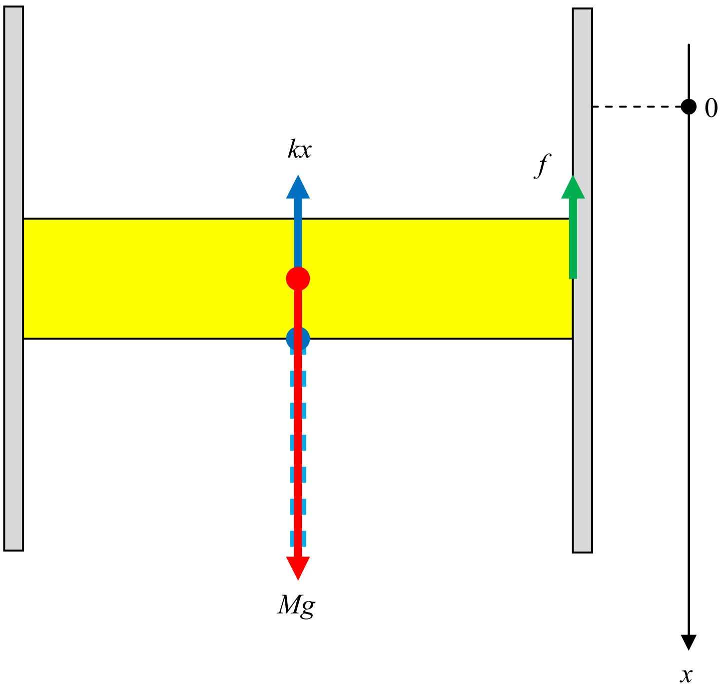
問 1

$Mg - kx - f$

解説

$x = 0$ は自然長の位置だから，位置 x におけるばねの弾性力の大きさは kx

よって，ピストンが受ける力は，$Mg - kx - f$



問 2

$$\frac{Mg - f}{k}$$

解説

ピストンが受ける力を F とすると，問 1 より $F = Mg - kx - f = -k\left(x + \dfrac{f - Mg}{k}\right)$

よって，ピストンの加速度を a とすると，その運動方程式は，$Ma = -k\left(x + \dfrac{f - Mg}{k}\right)$

単振動の運動方程式と力学的エネルギー保存則

つり合いの位置（振動中心）からの変位を X，比例定数を K，物体の質量を M，物体の加速度を a，物体の速さを v，最大の速さを $v_{\max}$，振幅を A とすると，

運動方程式: $Ma = -KX$

力学的エネルギー保存則: $\frac{1}{2}KX^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}KA^2 + \frac{1}{2}M \cdot 0^2 = \frac{1}{2}K \cdot 0^2 + \frac{1}{2}M{v_{\max}}^2$

より，

ピストンの運動は単振動運動であり，単振動の力学的エネルギー保存則より，

その速さはつり合いの位置（振動中心）で最大になる。

したがって，振動中心（つり合いの位置）を求めればよい。

そこで，振動中心（つり合いの位置）を $x = x_0$ とすると，$x_0 + \dfrac{f - Mg}{k} = 0$

よって，$x_0 = \dfrac{Mg - f}{k}$

問 3

$t_1 = \pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$, $x_1 = \dfrac{2(Mg - f)}{k}$

解説

単振動運動している物体の速さ

振動中心で最大，振動端点で 0

より，

1 つの振動端点は $x = 0$（時刻 $t = 0$）であり，

時刻 $t = t_1$ にもう 1 つの振動端点に達したことになる。

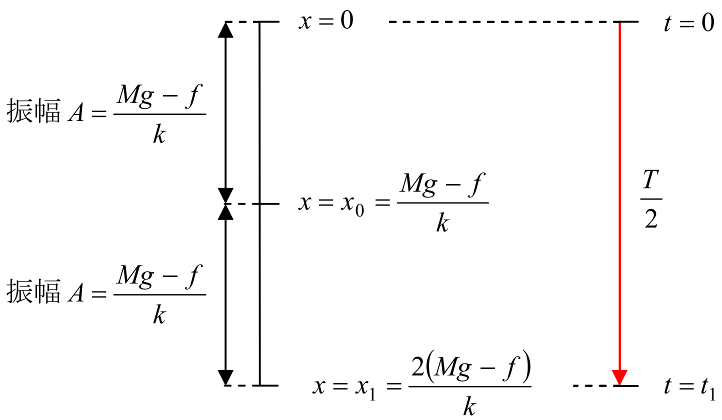
よって，ピストンの単振動の周期を T とすると，$t_1 - 0 = \dfrac{T}{2}$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$ より，$t_1 = \pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$

振動中心 $x_0 = \dfrac{Mg - f}{k} > 0$, 1 つの振動端点 $x = 0$ より，

単振動の振幅を A とすると，$A = x_0 - 0 = \dfrac{Mg - f}{k}$

よって，もう 1 つの振動端点は，$x_1 = x_0 + A = \dfrac{2(Mg - f)}{k}$



問 4

$-fx_1$

解説

仕事は力ベクトルと変位ベクトルの内積である。

ピストンに対する動摩擦力ベクトルとピストンの変位ベクトルのなす角は 180° である。

動摩擦力ベクトルの大きさ$=f$，変位ベクトルの大きさ$=x_1$ より,

動摩擦力がピストンに対してした仕事$=fx_1\cos 180° = -fx_1$

問 5

fx_1 減少（あるいは $Mgx_1 - \frac{1}{2}kx_1{}^2$ 減少）

解説

時刻 $t=0$ の力学的エネルギー＋動摩擦力の仕事＝時刻 $t=t_1$ の力学的エネルギー

より,

エネルギー変化＝時刻 $t=t_1$ の力学的エネルギー－時刻 $t=0$ の力学的エネルギー

＝動摩擦力の仕事＝$-fx_1$

よって，力学的エネルギーの減少量は，fx_1

力学的エネルギー減少量については,

エネルギー変化＝時刻 $t=t_1$ の力学的エネルギー－時刻 $t=0$ の力学的エネルギー

$$=\frac{1}{2}kx_1{}^2 - Mgx_1 + \frac{1}{2}M\cdot 0^2 - \left(\frac{1}{2}k\cdot 0^2 + Mg\cdot 0 + \frac{1}{2}M\cdot 0^2\right)$$

$$=\frac{1}{2}kx_1{}^2 - Mgx_1$$

より,

$\frac{1}{2}kx_1{}^2 - Mgx_1 = -fx_1$ だから,

$Mgx_1 - \frac{1}{2}kx_1{}^2$ としてもよい。

補足

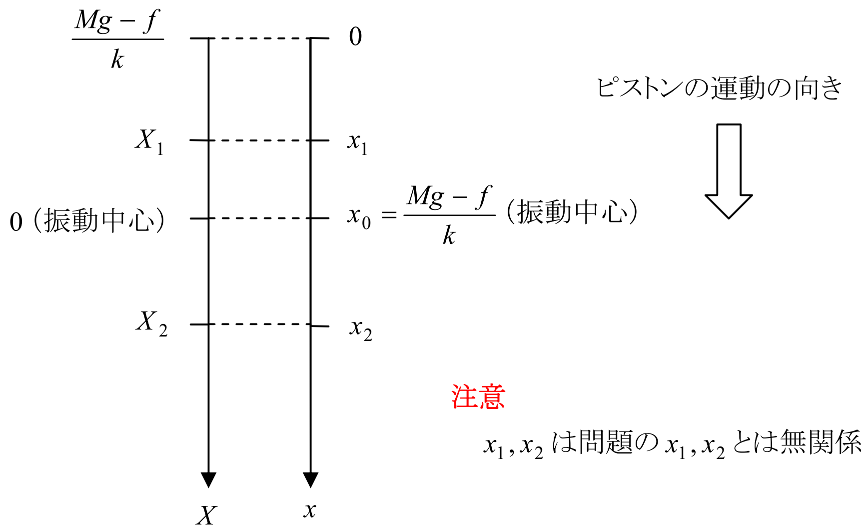
単振動の力学的エネルギー（振動中心から見た力学的エネルギー）の保存について

動摩擦力が働いていても振動中心を基準にすると，力学的エネルギーが保存される。

ピストンの運動の向きが下向きのとき

振動中心を 0 とし，下向きに X 軸をとると，

X と x の関係は，$X = x - x_0$　・・・①



注意

x_1, x_2 は問題の x_1, x_2 とは無関係である。

ピストンが下向き（x_1 から x_2）に移動する間の系の力学的エネルギーと動摩擦力の仕事の関係

重力の位置エネルギーの基準を $x = 0$ とすると，

$$\frac{1}{2}kx_1^2 - Mgx_1 + \frac{1}{2}Mv_1^2 - f(x_2 - x_1) = \frac{1}{2}kx_2^2 - Mgx_2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

①より，$x_1 = X_1 + x_0$，$x_2 = X_2 + x_0$

よって，

$$\frac{1}{2}k(X_1 + x_0)^2 - Mg(X_1 + x_0) + \frac{1}{2}Mv_1^2 - f\{(X_2 + x_0) - (X_1 + x_0)\}$$
$$= \frac{1}{2}k(X_2 + x_0)^2 - Mg(X_2 + x_0) + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

$$\therefore \frac{1}{2}k\left(X_1^2 + 2X_1x_0 + x_0^2\right) - Mg(X_1 + x_0) + \frac{1}{2}Mv_1^2 - f(X_2 - X_1)$$
$$= \frac{1}{2}k\left(X_2^2 + 2X_2x_0 + x_0^2\right) - Mg(X_2 + x_0) + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

$$\therefore \frac{1}{2}kX_1^2 + kX_1x_0 - MgX_1 + \frac{1}{2}Mv_1^2 - f(X_2 - X_1) = \frac{1}{2}kX_2^2 + kX_2x_0 - MgX_2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

$x_0 = \dfrac{Mg-f}{k}$ を代入すると，

$$\frac{1}{2}kX_1{}^2+kX_1\cdot\frac{Mg-f}{k}-MgX_1+\frac{1}{2}Mv_1{}^2-f(X_2-X_1)$$
$$=\frac{1}{2}kX_2{}^2+kX_2\cdot\frac{Mg-f}{k}-MgX_2+\frac{1}{2}Mv_2{}^2$$

$$\therefore\frac{1}{2}kX_1{}^2+MgX_1-fX_1-MgX_1+\frac{1}{2}Mv_1{}^2-f(X_2-X_1)$$
$$=\frac{1}{2}kX_2{}^2+MgX_2-fX_2-MgX_2+\frac{1}{2}Mv_2{}^2$$

$$\therefore\frac{1}{2}kX_1{}^2+\frac{1}{2}Mv_1{}^2=\frac{1}{2}kX_2{}^2+\frac{1}{2}Mv_2{}^2$$

よって，ピストンが下向きに運動しているとき，

$\frac{1}{2}kX^2+\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}k\left(\frac{Mg-f}{k}\right)^2$，$\frac{Mg-f}{k}$ は振幅

が成り立つ。

ピストンが上向きに移動する間の系の力学的エネルギーと動摩擦力の仕事の関係

ピストンが振動下端 $x=\frac{2(Mg-f)}{k}$ に達すると，ピストンの運動の向きは上向きに変わる。

このときの振動中心を x_0' とすると，$kx_0'=Mg+f$ より，$x_0'=\frac{Mg+f}{k}$

この振動中心を $X'=0$ とおいて，同様の計算処理を行うと，

振動中心から見た力学的エネルギーが保存されることがわかる。

このとき，振動端点が $x=\frac{2(Mg-f)}{k}$，振動中心が $x=\frac{Mg+f}{k}$ であることから，

その振幅は，$\frac{2(Mg-f)}{k}-\frac{Mg+f}{k}=\frac{Mg-3f}{k}$

よって，ピストンが上向きに運動しているとき，

$\frac{1}{2}kX'^2+\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}k\left(\frac{Mg-3f}{k}\right)^2$，$\frac{Mg-3f}{k}$ は振幅

が成り立つ。

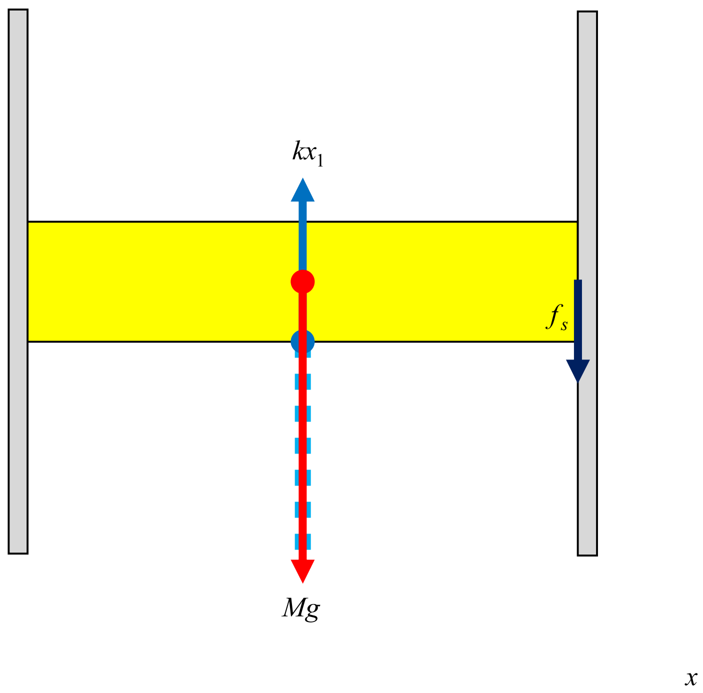
問 6

$f_s < Mg - 2f$

解説

$kx_1 > Mg + f_s$ より，$f_s < kx_1 - Mg$

これと $x_1 = \dfrac{2(Mg - f)}{k}$ より，$f_s < k \cdot \dfrac{2(Mg - f)}{k} - Mg = Mg - 2f$



問 7

$-kx + Mg + f$

解説

下向きを正とするから，$-kx + Mg + f$

問 8

$t_2 - t_1 = \pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$，　ピストンの位置 $\dfrac{4f}{k}$

解説

ピストンが受ける力 $= -kx + Mg + f = -k\left(x - \dfrac{Mg + f}{k}\right)$ より，

ピストンの加速度を a' とすると，運動方程式は，$Ma' = -k\left(x - \dfrac{Mg + f}{k}\right)$

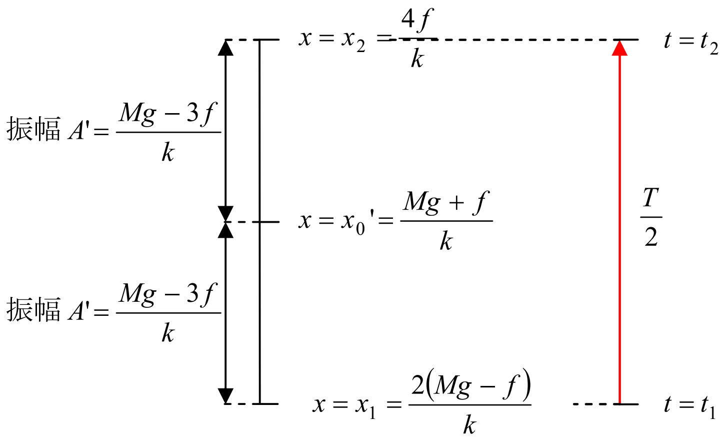
よって，周期 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$ の単振動運動をする。

よって，$t_2 - t_1 = \dfrac{T}{2} = \pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$

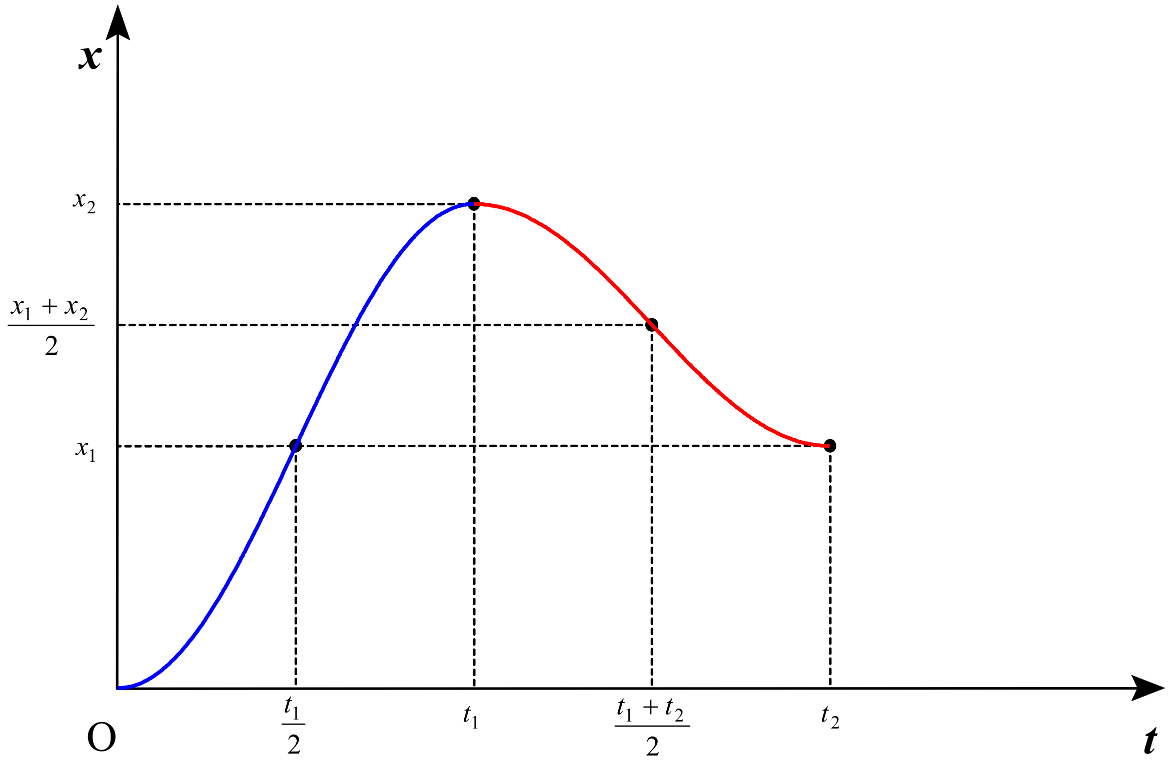
振動中心を x_0' とすると，$kx_0' = Mg + f$ より，$x_0' = \dfrac{Mg + f}{k}$

これと振動下端が $x_1 = \dfrac{2(Mg - f)}{k}$ であることから，振動の上端を $x = x_2$ とすると，

$x_0' = \dfrac{x_2 + x_1}{2}$ より，$x_2 = 2x_0' - x_1 = 2 \cdot \dfrac{Mg + f}{k} - \dfrac{2(Mg - f)}{k} = \dfrac{4f}{k}$



問 9



解説

ピストンの位置は，

$0 \le t \le t_1$ において，

$t = 0$ のとき，振動上端 $x = 0$

$t = \dfrac{t_1}{2}$ のとき，振動中心 $x = x_0 = \dfrac{Mg - f}{k} = \dfrac{Mg - 0.2Mg}{k} = \dfrac{0.8Mg}{k}$

$t = t_1$ のとき，振動下端 $x_1 = \dfrac{2(Mg - f)}{k} = \dfrac{1.6Mg}{k}$

より，$(t, x) = (0,0), \left(\dfrac{t_1}{2}, \dfrac{x_1}{2}\right), (t_1, x_1)$

よって，振動中心 $\left(\dfrac{t_1}{2}, \dfrac{x_1}{2}\right)$ に関して対称な正弦曲線または余弦曲線を描けばよい。

$t_1 \le t \le t_2$ において

$t = t_1$ のとき，振動下端 $x_1 = \dfrac{2(Mg - f)}{k} = \dfrac{1.6Mg}{k}$

$t = \dfrac{t_1 + t_2}{2}$ のとき，振動中心 $x = x_0' = \dfrac{Mg + f}{k} = \dfrac{Mg + 0.2Mg}{k} = \dfrac{1.2Mg}{k}$

$t = t_2$ のとき，振動上端 $x = x_2 = \dfrac{4f}{k} = \dfrac{0.8Mg}{k} = \dfrac{x_1}{2}$

より，$(t, x) = (t_1, x_1), \left(\dfrac{t_1 + t_2}{2}, \dfrac{3x_1}{4}\right), \left(t_2, \dfrac{x_1}{2}\right)$

よって，振動中心 $\left(\dfrac{t_1 + t_2}{2}, \dfrac{3x_1}{4}\right)$ に関して対称な正弦曲線または余弦曲線を描けばよい。

〔2〕

問 1

(1) $\dfrac{R}{W}$

解説

気体の物質量を n_1 とすると，$n_1 = \dfrac{d_1 V_1}{W}$ ・・・①

理想気体の状態方程式より，$P_1 V_1 = n_1 R T_1$ ・・・②

①，②より，$P_1 V_1 = \dfrac{d_1 V_1}{W} R T_1$ $\therefore P_1 = \dfrac{d_1 R T_1}{W}$

よって，$\dfrac{P_1}{d_1 T_1} = \dfrac{R}{W}$

(2) $\dfrac{\rho_1}{d_1} T_{\mathrm{A}}$

解説

“大気と気球内の気体は同じ種類の理想気体である”

“弁を開けると気球内部は大気と同じ圧力になる”

“大気の絶対温度 T_{A} は高度によらず一定と仮定する”

より，

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_{\mathrm{A}}} = \frac{P_1}{d_1 T_1}\left(= \frac{R}{W}\right)$$

$$\therefore \rho_1 T_{\mathrm{A}} = d_1 T_1$$

$$\therefore T_1 = \frac{\rho_1}{d_1} T_1$$

(3) $\rho_1 - \dfrac{M}{V_1}$

解説

熱気球に働く力の大きさのつり合いは，「浮力の大きさ＝気球と気球内の気体の重力」

“浮力の大きさは，気球部分が押しのけた大気に働く重力の大きさに等しいとする”より，

浮力の大きさ$= V_1 \rho_1 g$ ・・・③

気球内の気体の質量$= V_1 d_1$ より，

気球と気球内の気体の重力$= (M + V_1 d_1) g$ ・・・④

③，④より，$V_1 \rho_1 g = (M + V_1 d_1) g$ $\therefore V_1 \rho_1 = M + V_1 d_1$

$$\therefore d_1 = \rho_1 - \frac{M}{V_1}$$

問 2

(4) $T_1\left(1+\dfrac{QR}{P_1V_1C_\mathrm{V}}\right)$

解説

定積変化だから，系に与えた熱エネルギーは系の内部エネルギーを変化させるだけである。

よって，$Q=n_1C_\mathrm{V}\Delta T$ ・・・⑤

$\Delta T=T_2-T_1$ ・・・⑥

②より，$n_1=\dfrac{P_1V_1}{RT_1}$ ・・・⑦

⑤，⑥，⑦より，

$$Q=\frac{P_1V_1}{RT_1}C_\mathrm{V}(T_2-T_1)$$

$$\therefore \frac{QRT_1}{P_1V_1C_\mathrm{V}}=T_2-T_1$$

$$\therefore T_2=T_1\left(1+\frac{QR}{P_1V_1C_\mathrm{V}}\right)$$

(5) $P_1\left(1+\dfrac{QR}{P_1V_1C_\mathrm{V}}\right)$

解説

②より，$T_1=\dfrac{P_1V_1}{n_1R}$

$P_2V_1=n_1RT_2$ より，$T_2=\dfrac{P_2V_1}{n_1R}$

これと $T_2=T_1\left(1+\dfrac{QR}{P_1V_1C_\mathrm{V}}\right)$ より，$\dfrac{P_2V_1}{n_1R}=\dfrac{P_1V_1}{n_1R}\left(1+\dfrac{QR}{P_1V_1C_\mathrm{V}}\right)$ $\therefore P_2=P_1\left(1+\dfrac{QR}{P_1V_1C_\mathrm{V}}\right)$

問 3

(6) $\dfrac{V_1}{V_3}\rho_1$

解説

浮力 $=V_3\rho_3g$

気球と気球内の気体の重力は変化していないから，④より，$(M+V_1d_1)g$

よって，$V_3\rho_3g=(M+V_1d_1)g$

これと(3)の解説より，$V_1\rho_1g=(M+V_1d_1)g$

よって，$V_3\rho_3g=V_1\rho_1g$ $\therefore \rho_3=\dfrac{V_1}{V_3}\rho_1$

(7) $\dfrac{1}{a}\log_{10}\dfrac{V_3}{V_1}$

解説

ρ_3を高度z_3における大気の無知度とすると，$\rho_3=\rho_1\times 10^{-az_3}$

これと$\rho_3=\dfrac{V_1}{V_3}\rho_1$より，$\rho_1\times 10^{-az_3}=\dfrac{V_1}{V_3}\rho_1$

$$\therefore 10^{-az_3}=\frac{V_1}{V_3}$$

$$\therefore -az_3=\log_{10}\frac{V_1}{V_3}$$

$$\therefore -az_3=-\log_{10}\frac{V_3}{V_1}$$

$$\therefore z_3=\frac{1}{a}\log_{10}\frac{V_3}{V_1}$$

問 4

(8) 気球内の系の内部エネルギー変化をΔU，系が外部にする仕事をWとすると，

断熱変化の場合，系に与えられる熱エネルギーが 0 だから，

熱力学第一法則より，$0=\Delta U+W$が成り立つ。

また，状態 2 から状態 3 の過程は断熱膨張だから，$W>0$である。

よって，$\Delta U=-W<0$

(9) $T_2\left(\dfrac{V_1}{V}\right)^{\gamma-1}$

解説

$PV^\gamma=$一定より，$PV^\gamma=P_2V_1{}^\gamma\quad\therefore PV\cdot V^{\gamma-1}=P_2V_1\cdot V_1{}^{\gamma-1}$

これと$PV=n_1RT$，$P_2V_1=n_1RT_2$より，

$$n_1RT\cdot V^{\gamma-1}=n_1RT_2\cdot V_1{}^{\gamma-1}\quad\therefore T=T_2\left(\frac{V_1}{V}\right)^{\gamma-1}$$

(10) $T=T_2\left(\dfrac{V_1}{V}\right)^{\gamma-1}$より，$\dfrac{T}{T_2}=\left(\dfrac{V_1}{V}\right)^{\gamma-1}$

理想気体の内部エネルギーは絶対温度に比例するから，

内部エネルギーが減少するとき，絶対温度が下がる。

また，状態 2 から状態 3 への変化は，断熱膨張だから，内部エネルギーが減少する。

よって，$0<\dfrac{V_1}{V}<1$かつ$0<\dfrac{T}{T_2}<1$

ゆえに，$\dfrac{T}{T_2}=\left(\dfrac{V_1}{V}\right)^{\gamma-1}$が成り立つためには$\gamma-1>0$，すなわち$\gamma>1$でなければならない。

断熱変化の微分方程式を解く（ポアソンの式）

断熱変化の微分方程式

断熱変化に対する熱力学第一法則は，$0 = \Delta U + P\Delta V$ である。

これと，$\Delta U = nC_v \Delta T$ ，$P = \frac{nRT}{V}$ であることから，

$$0 = nC_v \Delta T + \frac{nRT}{V}\Delta V$$

$$\therefore \frac{\Delta T}{T} = -\frac{R}{C_v}\cdot\frac{\Delta V}{V}$$

ここで，ΔT ，ΔV について，微小変化 dT ，dV をとり，

断熱変化の微分方程式とする。

すなわち

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v}\cdot\frac{dV}{V} \quad \cdots ①$$

断熱変化の微分方程式を解く

①の両辺について不定積分を行う。

$$\int\frac{dT}{T} = \int -\frac{R}{C_v}\cdot\frac{dV}{V}$$

$$\int\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v}\int\frac{dV}{V}$$

$$\log T = -\frac{R}{C_v}\log V + \mathrm{A}$$ （A は積分定数）

$$\log T = \log V^{-\frac{R}{C_v}} + \mathrm{A}$$

$$\log T - \log V^{-\frac{R}{C_v}} = \mathrm{A}$$

$$\log\frac{T}{V^{-\frac{R}{C_v}}} = \mathrm{A}$$

$$\log TV^{\frac{R}{C_v}} = \mathrm{A}$$

A は定数だから，

断熱変化の微分方程式の解は，

$$TV^{\frac{R}{C_v}} = 一定 \quad \cdots ②$$

また，$PV = nRT$ より，$T = \dfrac{PV}{nR}$ だから，これを②に代入すると，

$$\frac{PV}{nR} \cdot V^{\frac{R}{C_v}} = 一定$$

n は系内部の気体の物質量で一定，R は気体定数だから，nR は一定である。

よって，断熱変化の微分方程式の解は，

$$PV^{1+\frac{R}{C_v}} = 一定 \quad \cdots ③$$

ポアソンの式

②，③のままでもいいが，

$C_p = C_v + R$ より，$\dfrac{R}{C_v} = \dfrac{C_p - C_v}{C_v} = \dfrac{C_p}{C_v} - 1$

ここで，比熱比 $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ とおくと，

②は，$TV^{\gamma-1} = 一定$

③は，$PV^{\gamma} = 一定$

となる。

これを**ポアソンの式**または**ポアソンの法則**という。

ポアソンの式：$TV^{\gamma-1} = 一定$　または　$PV^{\gamma} = 一定$　$\left(\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}\right)$

補足

1. 比熱比について

理想気体が単原子分子の場合 $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = \dfrac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \dfrac{5}{3}$

理想気体が二原子分子の場合 $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = \dfrac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \dfrac{7}{5}$

2. 気体分子の運動の自由度を f とすると，$C_v = \dfrac{f}{2}R$

単原子分子は球状分子とするので，

xyz 座標空間の並進運動成分 x, y, z をもつから，自由度 $f = 3$

二原子分子は，直線分子とするので，

並進運動成分 x, y, z の自由度 3 と直線の傾きを任意にとるための自由度 2 をもつから，

自由度 $f=5$

よって,

単原子分子の $C_v=\frac{3}{2}R$

二原子分子の $C_v=\frac{5}{2}R$

〔3〕

(1) 0

(2) $\mu_0 n I_2$

(3) $\mu_0 n(I_2 - I_1)$

解説

ソレノイドの内側：磁束密度 $B = \mu_0 n I$ の一様な磁場がソレノイドの軸に沿った方向に生じる。

ソレノイドの外側：磁場は生じない。

とあるから，磁束密度の z 成分は，

S2 の外側

いずれのソレノイドにとっても，その外側だから，0 **･･･(1)**

S1 と S2 の間

S2 の内側で S1 の外側だから，磁束密度は S2 の磁場による。

これと S2 の電流の向きより，$\mu_0 n I_2$ **･･･(2)**

S1 の内側

いずれのソレノイドにとっても，その内側であることと，

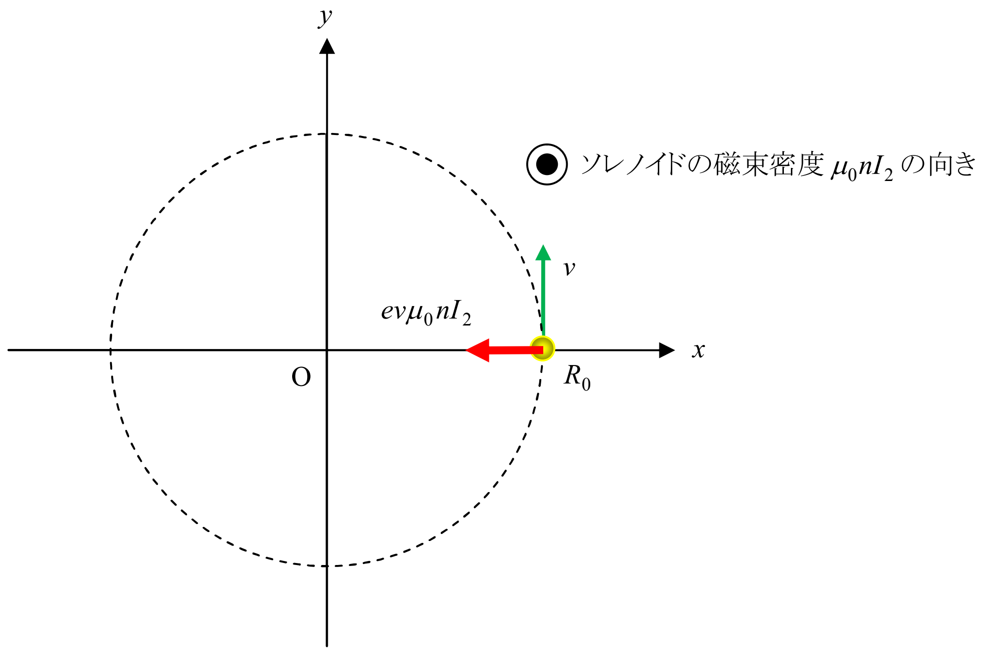
それぞれの電流の向きより，$-\mu_0 n I_1 + \mu_0 n I_2 = \mu_0 n(I_2 - I_1)$ **･･･(3)**

(4) 0

(5) $\mu_0 n e R_0 I_2$

(6) $\pi \mu_0 n\left(R_0{}^2 I_2 - R_1{}^2 I_1\right)$

解説



(4)・(5)

$x = R_0$ における電子の速さを v とすると，

等速円運動の向心力はローレンツ力 $ev\mu_0 nI_2$ であることと磁界の向きから，

v の向きは y 軸の向きである。

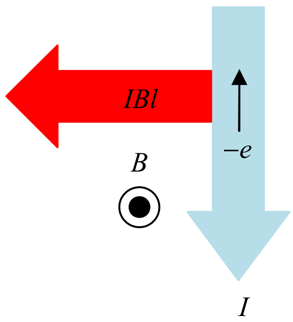
よって，$p_x = 0$ ・・・**(4)**

電子の質量を m とすると，電子の運動の中心方向の運動方程式は，$m\dfrac{v^2}{R_0} = ev\mu_0 nI_2$

よって，$p_y = mv = \mu_0 neR_0 I_2$ ・・・**(5)**

補足

ローレンツ力の向きは電磁力から求めればよい。



電子が受けるローレンツ力 evB の向きと電磁力の向きは同じである。

(6)

$\Phi =$ S1 の内側の磁束＋ R_0 の内側かつ $\Phi =$ S1 の内側の磁束

$$= \mu_0 n(I_2 - I_1)\pi R_1^{\,2} + \mu_0 nI_2\left(\pi R_0^{\,2} - \pi R_1^{\,2}\right)$$
$$= \pi\mu_0 n\left(R_0^{\,2} I_2 - R_1^{\,2} I_1\right)$$

(7) $\pi\mu_0 n\left(R_0{}^2\Delta I_2 + R_1{}^2\Delta I_1\right)$

(8) $\dfrac{\Delta\Phi}{2\pi R_0\Delta t}$

(9) (b)

解説

(7)

$$\Phi + \Delta\Phi = \pi\mu_0 n\left\{R_0{}^2(I_2+\Delta I_2) - R_1{}^2(I_1-\Delta I_1)\right\}$$
$$\Phi = \pi\mu_0 n\left(R_0{}^2 I_2 - R_1{}^2 I_1\right)$$

より,

$$\Delta\Phi = (\Phi+\Delta\Phi) - \Phi = \pi\mu_0 n\left(R_0{}^2\Delta I_2 + R_1{}^2\Delta I_1\right)$$

(8)

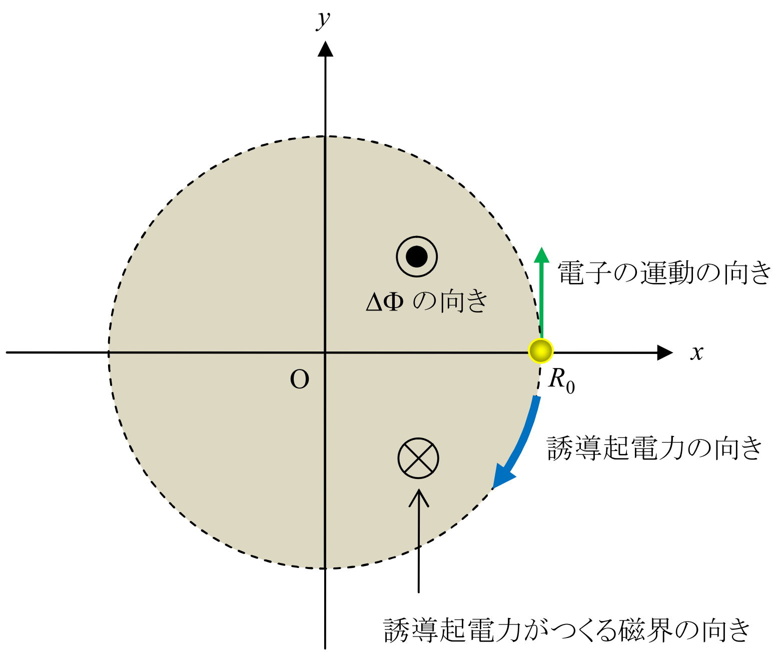
半径 R_0 の円周は $2\pi R_0$ だから,電界の強さを E とすると $E\cdot 2\pi R_0 = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $\quad\therefore E = \dfrac{\Delta\Phi}{2\pi R_0\Delta t}$

(9)

(7)より,z 軸正方向の磁束が増加するから,

レンツの法則より,誘導起電力がつくる磁界の向きは z 軸負方向である。

よって,誘導起電力の向きは反時計まわり,すなわち電子の運動方向と反対の向きである。



(10) $\dfrac{e\Delta\Phi}{2\pi R_0}$

解説

「この電場による力を受け，電子の運動量の大きさは，時間 Δt 間に，p から p' に変化した。」

とあるから，

運動量変化の原因は電子が誘導電場から受ける力 eE の力積 $eE\Delta t$ であり，

運動量変化の向きと力積の向きが等しいから，運動量の大きさの変化 Δp は，

$$\begin{aligned}\Delta p &= eE\Delta t \\ &= e\cdot\frac{\Delta\Phi}{2\pi R_0\Delta t}\Delta t \\ &= \frac{e\Delta\Phi}{2\pi R_0}\end{aligned}$$

(11) $eR_0 B'_z$

解説

電子の速さを v' とすると，円軌道の半径が R_0 だから，電子の運動の中心方向の運動方程式は，

$$m\frac{v'^2}{R_0} = ev'B'_z \quad \therefore p' = mv' = eR_0 B'_z$$

(12) $\mu_0 n(I_2 + \Delta I_2)$

解説

電子は，S1 と S2 の間で運動しているから，(2)の I_2 を $I_2 + \Delta I_2$ で置換することにより，

$$B'_z = \mu_0 n(I_2 + \Delta I_2)$$

(13)

Δp について，

(10)より，$\Delta p = \dfrac{e\Delta\Phi}{2\pi R_0}$

(7)より，$\Delta\Phi = \pi\mu_0 n\left(R_0{}^2\Delta I_2 + R_1{}^2\Delta I_1\right)$

$$\begin{aligned}\therefore \Delta p &= \frac{e}{2\pi R_0}\cdot\pi\mu_0 n\left(R_0{}^2\Delta I_2 + R_1{}^2\Delta I_1\right) \\ &= e\mu_0 n\left(\frac{R_0\Delta I_2}{2} + \frac{R_1{}^2\Delta I_1}{2R_0}\right)\end{aligned}$$

p' について

(11)より，$p' = eR_0 B'_z$

(12)より，$B'_z = \mu_0 n(I_2 + \Delta I_2)$

$\therefore p' = e\mu_0 n(R_0 I_2 + R_0\Delta I_2)$

p について

(5)より，$p_y = \mu_0 neR_0 I_2 \quad \therefore p = p_y = e\mu_0 nR_0 I_2$

$\Delta p = p' - p$ にこれらを代入すると,

$$e\mu_0 n\left(\frac{R_0 \Delta I_2}{2} + \frac{{R_1}^2 \Delta I_1}{2R_0}\right) = e\mu_0 n\left(R_0 I_2 + R_0 \Delta I_2\right) - e\mu_0 n R_0 I_2$$

$$\therefore \frac{R_0 \Delta I_2}{2} + \frac{{R_1}^2 \Delta I_1}{2R_0} = R_0 I_2 + R_0 \Delta I_2 - R_0 I_2$$

$$\therefore \frac{{R_1}^2}{R_0}\Delta I_1 = R_0 \Delta I_2$$

$$\therefore \frac{\Delta I_2}{\Delta I_1} = \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2$$ ・・・(答)